

Permutace bez opakování

př. Permutace ze 3 prvků a, b, c (bez opakování prvků) určuje nějakou uspořádanou trojici z těchto 3 prvků, tj. nějaké jejich pořadí

$$(a, b, c) \quad (a, c, b) \quad (b, a, c) \quad (b, c, a) \quad (c, a, b) \quad (c, b, a)$$

$$p = P(3) = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

PERMUTACE z n prvků (bez opakování) je uspořádaná n -tice z těchto n prvků, přičemž každý se v ní vyskytuje pouze jednou

- POČET všech permutací (POŘADÍ) z n prvků: $P(n) = n!$ $P(n) = V(n, n)$ $n \in N$

Příklady

① Kolika způsoby může n táborníků nastoupit

a) do řady

- • • • • uspořádaná n -tice z n prvků, záleží na pořadí $p = P(n) = n!$

b) do řady, A na kraji

$\overset{A}{\bullet} \bullet \bullet \bullet \bullet$ nebo $\bullet \bullet \bullet \bullet \overset{A}{\bullet}$ [z $(n-1)$ prvků]

$$p = P(n-1) + P(n-1) = (n-1)! + (n-1)! = 2 \cdot (n-1)!$$

c) do řady, A, B stojí vedle sebe

1. zp.  nebo  2. zp. 

$$p = P(n-1) + P(n-1) = 2 \cdot (n-1)!$$

$$p = P(n-1) \cdot P(2)$$

$$p = (n-1)! \cdot 2! = 2 \cdot (n-1)!$$

d) do řady, A, B nestojí vedle sebe

počet všech – počet vedle sebe $p = P(n) - 2P(n-1) = n! - 2(n-1)!$

e) do řady, čtyři v různých pořadích vedle sebe

různé pořadí z $(n - 3)$ a různé pořadí ze 4

A horizontal sequence of points is shown. The first five points are enclosed in an oval and labeled A, B, C, and D from left to right. The sixth point is to the right of the oval, and the sequence continues with an ellipsis.

$$p = P(n - 3) \cdot P(4) = 4! (n - 3)!$$

f) do kruhu, záleží na vzájemném rozmístění (ne vůči okolí)

vytv. uspoř. n -tice, ale některá rozmístění
vůči okolí stejná – celkem n stejných

$$p = \frac{P(n)}{n} = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

$n = 4$ 4 stejná rozmištění vůči okolí

4	$\begin{smallmatrix} 1 \\ \bullet \\ 3 \end{smallmatrix}$	2			
3	$\begin{smallmatrix} 4 \\ \bullet \\ 2 \end{smallmatrix}$	1	2	$\begin{smallmatrix} 3 \\ \bullet \\ 1 \end{smallmatrix}$	4
			1	$\begin{smallmatrix} 2 \\ \bullet \\ 4 \end{smallmatrix}$	3

- ② Kolika způsoby se může v šestimístné lavici posadit 6 studentů, jestliže chtějí sedět
a) 2 vedle sebe



[nebo $p = P(5) \cdot P(2)$]

$$p = P(5) + P(5) = 2P(5)$$

$$p = 2P(5) = 2 \cdot 5! = 2 \cdot 120$$

$$p = 240$$

- b) 2 vedle sebe a třetí na kraji



$$p = 2P(4) + 2P(4) = 4P(4)$$

$$p = 4 \cdot 4! = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \cdot 24$$

$$p = 96$$

- ③ S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete

- a) počet všech možných pořadí jejich vystoupení

$$p = P(6) = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

- b) počet všech pořadí, v nichž vystupuje A po E

počet pořadí, kdy vystupuje A po E je stejný jako počet pořadí, kdy vystupuje E po A $\Rightarrow$ počet, kdy vystupuje A po E je polovina ze všech možných pořadí

$$p = \frac{P(6)}{2} = \frac{6!}{2} = \frac{720}{2} = 360$$

- c) počet všech pořadí, v nichž vystupuje A ihned po E

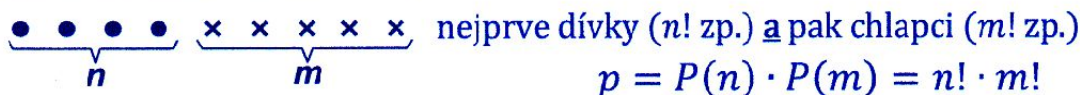
A ihned po E – z EA vytvoříme jeden prvek

$$p = P(5) = 5! = 120$$



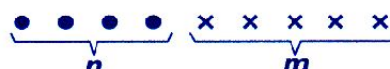
- ④ Určete, kolika způsoby může m chlapců a n dívek nastoupit do zástupu tak, aby

- a) nejdříve stály všechny dívky a pak všichni chlapci



$$p = P(n) \cdot P(m) = n! \cdot m!$$

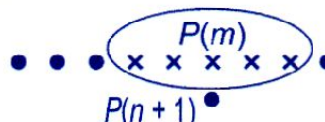
- b) mezi žádnými dvěma chlapci nebyla žádná dívka a ani mezi žádnými 2 dívkami nebyl žádný chlapec



(nejprve chlapci a pak dívky) nebo (nejprve dívky a pak chlapci)

$$p = P(m) \cdot P(n) + P(n) \cdot P(m) = 2P(m) \cdot P(n) = 2 \cdot m! \cdot n!$$

c) mezi žádnými 2 chlapci nebyla žádná dívka


 všichni chlapci mohou být jako skupina (1 prvek) mezi dívkami, chlapci mohou být v různých pořadích ($P(m)$) – m -tice chlapců lze zařadit na $(n+1)$ míst mezi n dívek

$$p = P(n+1) \cdot P(m) = (n+1)! \cdot m!$$

- ⑤ Určete, kolikrát lze přemístit slova ve verši „Sám svobody kdo hoden, svobodu zná vážit každou“ tak, aby se nepromíchala slova věty hlavní a vedlejší.

(slova věty V1 lze přemístit $P(4) = 4!$ způsoby a pak slova věty V2 – $P(4)$ zp.)

nebo (slova věty V2 – $P(4)$ zp. a pak slova věty V1 – $P(4)$ zp.)

$$p = P(4) \cdot P(4) + P(4) \cdot P(4) = 2 \cdot P(4) \cdot P(4) \quad [p = P(4) \cdot P(4) \cdot P(2)]$$

$$p = 4! \cdot 4! + 4! \cdot 4! = 24 \cdot 24 \cdot 2 = 1152 \quad [p = 4! \cdot 4! \cdot 2! = 24 \cdot 24 \cdot 2]$$

- ⑥ Určete

a) počet všech pěticiferných čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá z číslic 0, 1, 3, 4, 7 vyskytuje jednou

..... 0 počet všech – počet s 0 na začátku (záleží na pořadí)

$$p = P(5) - P(4) = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$$

b) kolik z nich je dělitelných 6

$\Leftrightarrow 3/n$ (3/CS) a současně $2/n$ (poslední číslice sudá – 0, 4)

CS = 0 + 1 + 3 + 4 + 7 0 $P(4)$ [0 na zač. už nemůže být]

CS = 15 nebo 4 – 0 ... 4 [všechny – s 0 na začátku]

3/15 $P(4) - P(3)$

všechna děl. 3 $p = P(4) + P(4) - P(3) = 2P(4) - P(3)$

$$p = 2 \cdot 4! - 3! = 48 - 6 = 42$$

(CS ... ciferný součet, $6/n$... 6 dělí n , n je dělitelné 6)

c) kolik z nich je větších než 70 134

pěticiferná čísla větší než 70 134 z čísel 0, 1, 3, 4, 7 $n > 70134$

70 143 nebo 71 ... $P(3)$

70 341 73 ... $P(3)$

70 314 75 ... $P(3)$

70 413 } 5 zp.

70 431

$$p = 5 + 3P(3) = 5 + 3 \cdot 3! = 23$$

- ⑦ Určete počet všech šestimístných čísel, v jejichž zápisu se vyskytuje každá z číslic 0, 2, 4, 6, 8, 9 bez opakování

a) telefonních (lze i 0 na začátku)

$$p = P(6) = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

b) přirozených (bez 0 na začátku)

$$p = P(6) - P(5) = 6! - 5! = 5! (6 - 1)$$

$$p = 5 \cdot 5! = 5 \cdot 120 = 600$$